



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

Одобрено

Ученым советом СПбАУ РАН

Протокол № УС-2/2018

от 27.09.2018г.

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

Ипатов А.Н.

« 27 » *сентября* 2018 г.



## **ПРОГРАММА**

**вступительного испытания по МАТЕМАТИКЕ  
для поступающих на обучение по образовательным программам  
высшего образования – программам бакалавриата  
03.03.01 Прикладные математика и физика  
профиль Физика**

Санкт-Петербург

2018 г.

## АРИФМЕТИКА

**Натуральные и целые числа.** Сложение и умножение целых чисел. Деление с остатком. Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

**Рациональные числа.** Обыкновенная дробь. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Десятичная дробь. Арифметические действия с десятичными дробями. Преобразование десятичной дроби в обыкновенную и обыкновенной в десятичную.

**Проценты.** Нахождение процента от величины, величины по ее проценту.

## АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**Действительные (вещественные) числа.** Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Сравнение действительных чисел, арифметические действия над ними. Иррациональные числа. Рациональные приближения. Изображение чисел точками координатной прямой. Числовые промежутки.

**Модуль (абсолютная величина) действительного числа.** Понятие модуля, его свойства. Геометрический смысл модуля.

**Алгебраические выражения.** Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Допустимые значения переменных. Тождество, доказательство тождеств. Преобразования выражений.

**Многочлены.** Корень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочлена на множители. Квадратный трехчлен. Выделение полного квадрата в квадратном трехчлене. Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

**Алгебраическая дробь.** Сокращение дробей. Действия с алгебраическими дробями.

**Корни и степени.** Квадратный корень и корень степени  $n$  и его свойства. Степень с рациональным и вещественным показателем, ее свойства. Преобразование иррациональных выражений.

**Логарифмы.** Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразование логарифмических выражений.

**Основы тригонометрии.** Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

**Уравнения и неравенства.** Уравнение с одним неизвестным. Корень уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Система уравнений, решение системы. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Уравнение с несколькими неизвестными. Примеры решения нелинейных систем. Примеры решения уравнений в целых числах.

Решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и систем.

Неравенства и их свойства. Доказательство неравенств.

Неравенство с одним неизвестным. Решение неравенства. Линейные, квадратные, дробно-линейные неравенства с одной переменной и их системы. Метод интервалов.

Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические неравенства.

Графическая интерпретация уравнений и неравенств и их систем.

Решение текстовых задач средствами алгебры.

**Числовые последовательности.** Понятие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена и суммы нескольких первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Понятие предела последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

**Функции.** Область определения и множество значений. Способы задания функции. График функции. Монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность функции. Нули функции. Наибольшее и наименьшее значения, экстремумы.

Линейная, дробно-линейная, квадратичная функции, графики.

Графики квадратного корня, кубического корня, модуля.

Использование графиков функций для решения уравнений и систем.

Преобразования графиков. Вертикальные и горизонтальные асимптоты. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

**Производная.** Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Производные обратной функции, производная композиции. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

## ГЕОМЕТРИЯ

### Начальные понятия и теоремы планиметрии.

Точка и прямая. Отрезок, луч. Ломаная. Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла.

Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку.

**Треугольник.** Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника. Неравенство треугольника.

Теорема Фалеса. Подобие треугольников; коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора. Теорема косинусов и теорема синусов.

**Четырехугольник.** Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

**Многоугольники.** Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

**Окружность и круг.** Центр, радиус, диаметр. Дуга, хорда. Центральная, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей. Касательная и секущая к окружности. Метрические соотношения в окружности: свойства секущих, касательных, хорд.

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Вписанные и описанные четырехугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

**Измерение геометрических величин.** Длина отрезка. Длина ломаной, периметр многоугольника.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина окружности, число  $\pi$ ; длина дуги.

Величина угла. Градусная и радианная мера угла.

Понятие о площади плоских фигур. Площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формула Герона. Площадь круга и сектора.

Связь между площадями подобных фигур.

**Прямые и плоскости в пространстве.** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости, между параллельными плоскостями, расстояние между скрещивающимися прямыми.

**Многогранники.** Призма и пирамида, усеченная пирамида. Параллелепипед. Куб.

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Шар и сфера, их сечения, касательная плоскость к сфере.

**Объемы тел и площади их поверхностей.** Понятие об объеме тела. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Отношение объемов подобных тел. Формулы площади поверхности цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты на плоскости; координаты точки. Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых. Уравнение окружности.

Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости.

Вектор. Длина (модуль) вектора. Равенство векторов. Сложение векторов, умножение на число, скалярное произведение. Угол между векторами.

Координаты вектора. Операции над векторами в координатах.

## **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

**Множества и комбинаторика.** Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств.

Перестановки, сочетания, размещения. Решение комбинаторных задач.

Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

**Вероятность.** Понятие и примеры случайных событий. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий.

Решение практических задач с применением вероятностных методов.